§7.4 保形变换的存在唯一性定理

Thm 1. 设D与G分别是扩充z平面和扩充w平面上两个边界不止一点的单连域间存在保形变换 $w=w(z)$，若$\exists z_0\in D$使$w(z_0)\in G$且$\arg w'(z_0)=\alpha$，则该变换唯一

Pf. 略

~~Rem.~~ Cor. 设D是扩充z平面上边界不止一点的单连域，则存在保形变换$w=f(z)$使$f(D)$为单位圆，若$\exists z_0\in D$使$f(z_0)=0$且$\arg f'(z_0)=\alpha$，则该变换唯一

Rem. (1) 边界不止一点：若单连域是扩充复平面去掉∞一点，$w=f(z)$将z平面变为单位圆，则$|f(z)|<1$，则解析变换$w=f(z)$必为常数；若去掉$z=a$，则也不存在单叶解析函数$w=f(z)$，如$w_1=\frac{1}{z-a}$，复合后去掉∞的平面也变为单位圆，矛盾.

Thm 2. 设D与G是z平面和w平面上两个分别以围线C和Γ为边界的有界单连域，若$w=f(z)$在D上解析，且在$D+C$上连续，$w=f(z)$将C双方单值变为Γ且保形，则$w=f(z)$一定单叶解析.